

# *Statistica, decisioni e causalità*

***Bruno Chiandotto***

Dipartimento di Statistica, Informatica e Applicazioni "G. Parenti"  
Università di Firenze

**Dottorato in Statistica**

Firenze, maggio 2022

## Riferimenti bibliografici

***S. Bacci e B. Chiandotto. Introduction to Statistical Decision Theory, Utility Theory and Causal Analysis, Chapman and Hall/CRC, 2019.***

***B. Chiandotto. Inferenza statistica, Unifi-DISIA, 2017.***

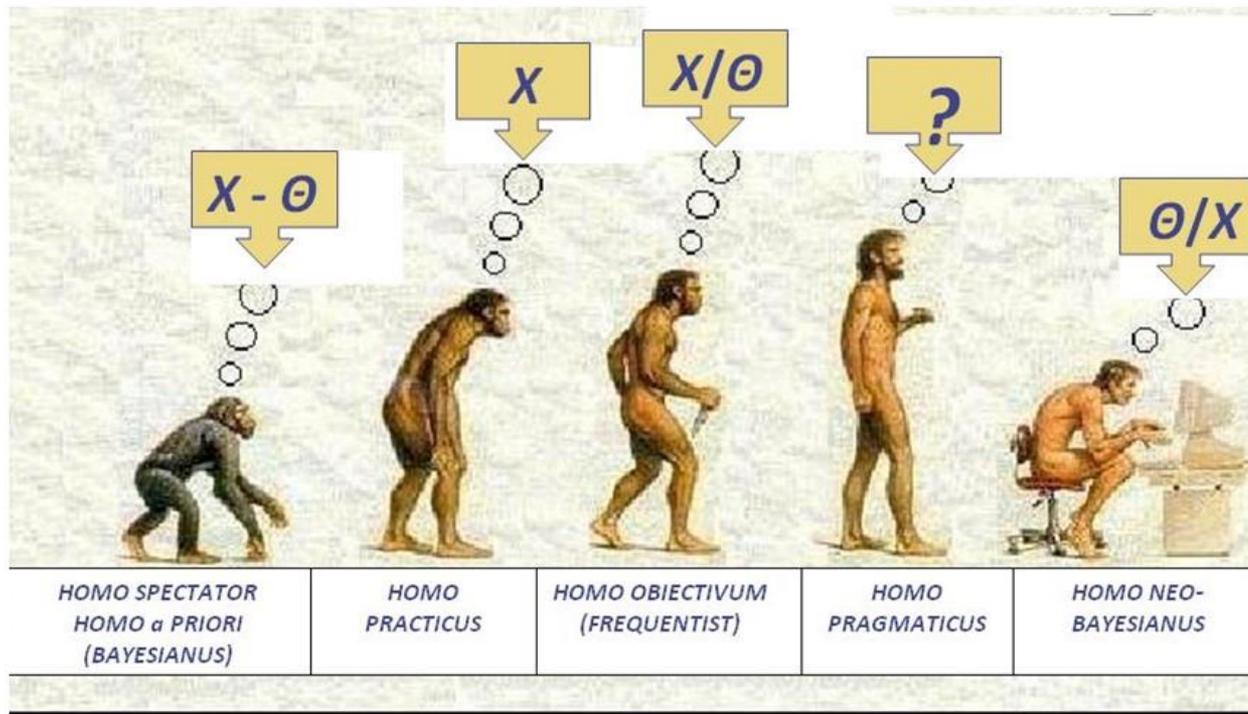
***B. Chiandotto. Teoria Statistica delle Decisioni, Unifi-DISIA, 2020.***

***B. Chiandotto. Il canone Rai TV 1954-2016, Firenze, 2020.***

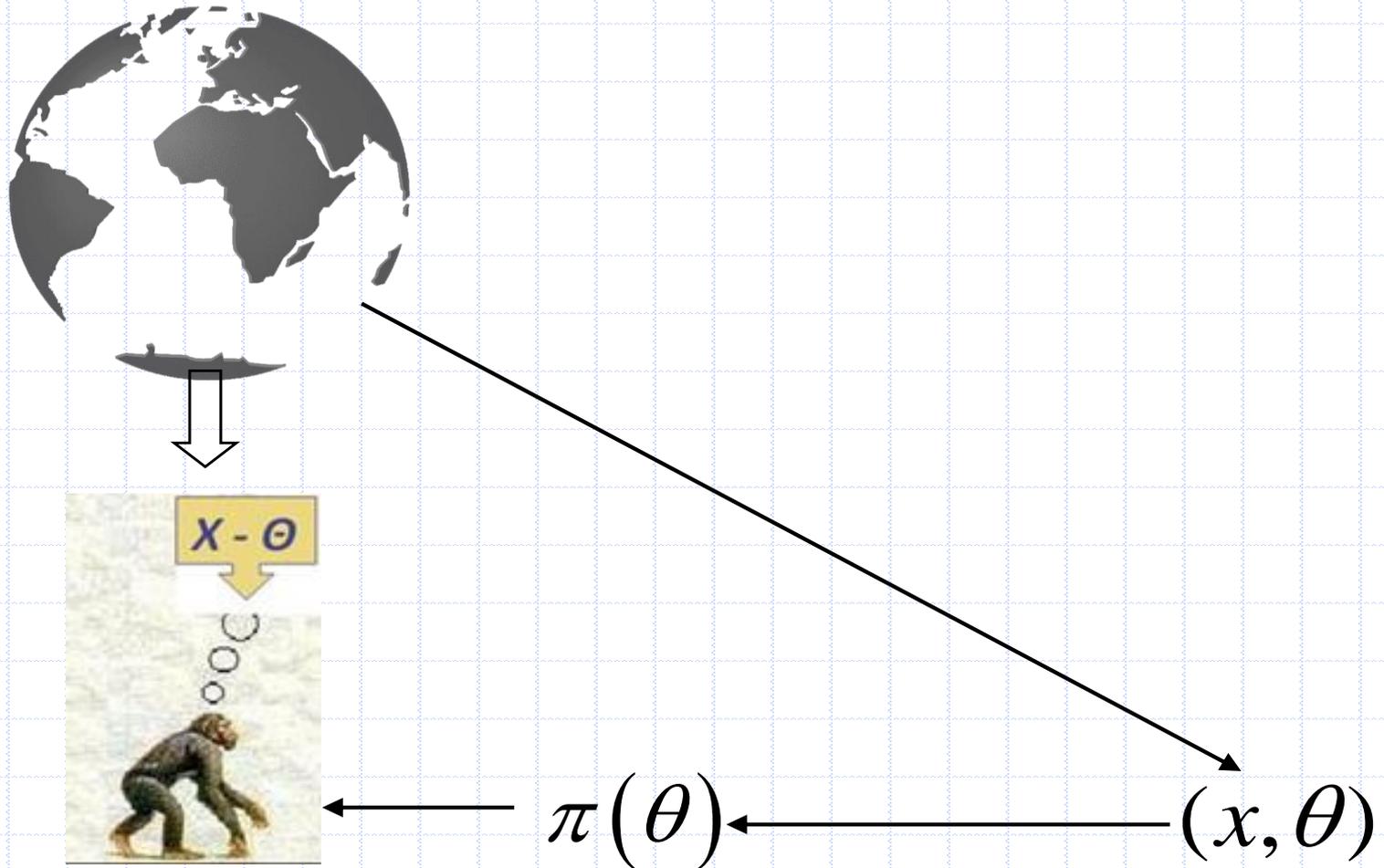
<https://local.disia.unifi.it/chiandotto>

*Per comprendere il presente e  
prevedere il futuro occorre  
conoscere il passato*

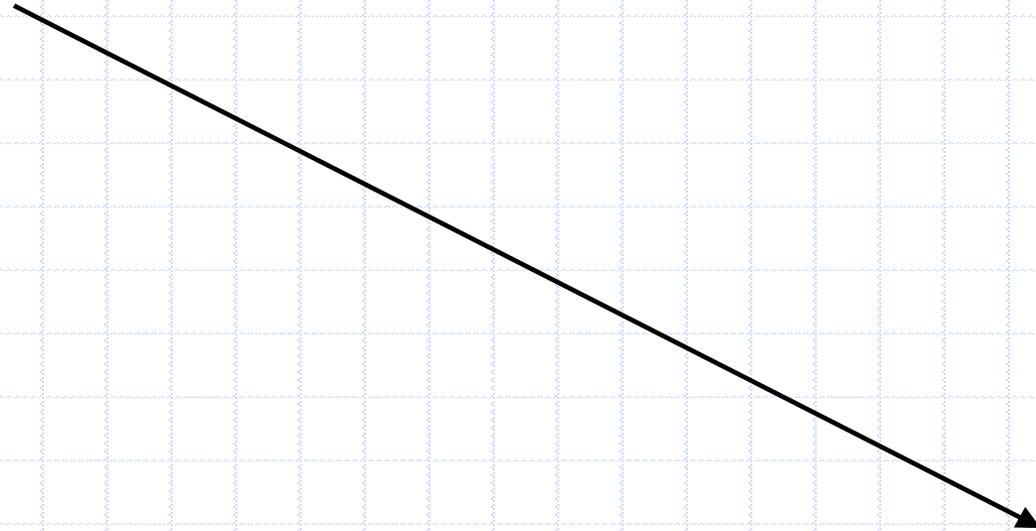
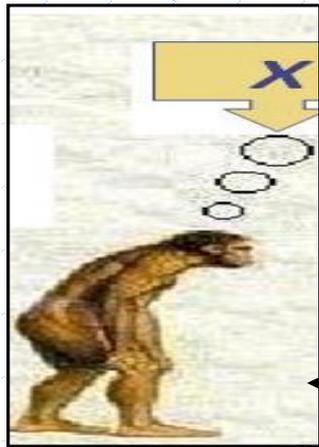
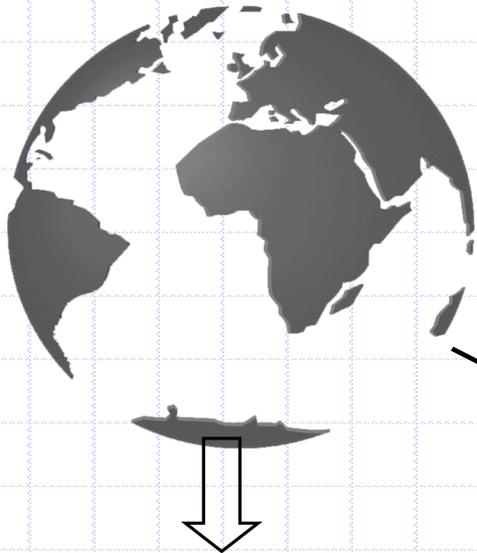
# Processo evolutivo della Statistica



# *HOMO a PRIORI: Paradigma bayesiano*



# *HOMO PRACTICUS: Statistica descrittiva*

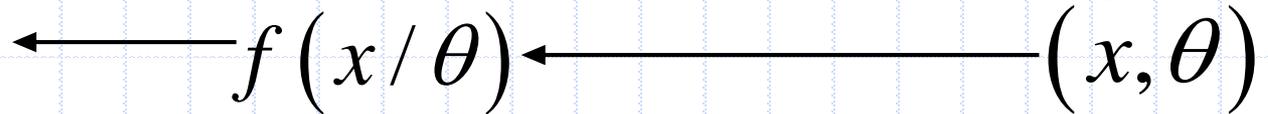
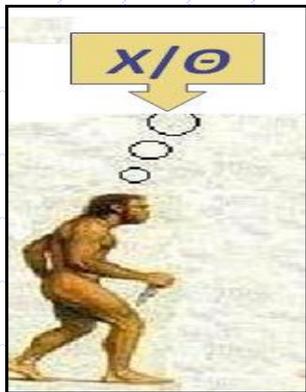
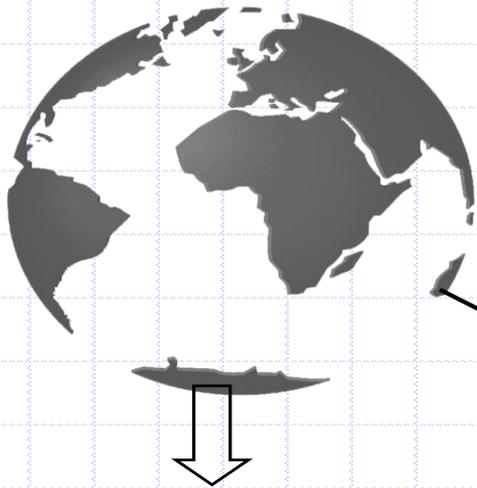


$t(x)$

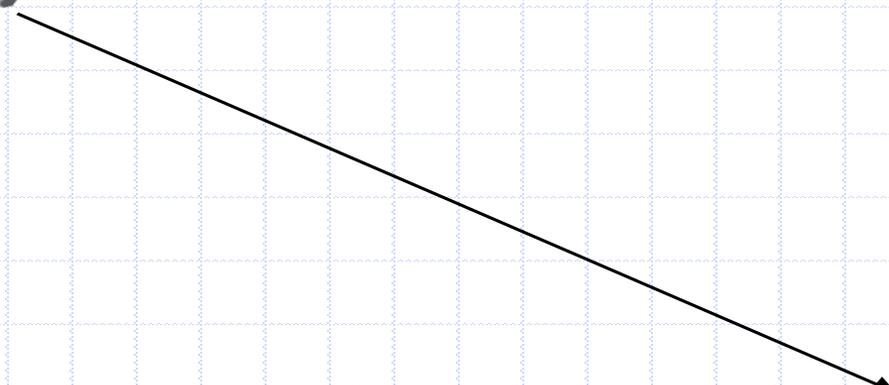
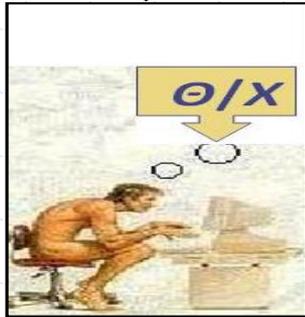
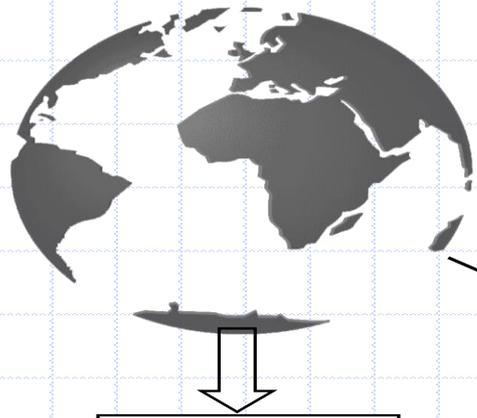
$(x, \theta)$



# *HOMO OBIECTIVUM: Inferenza statistica classica*



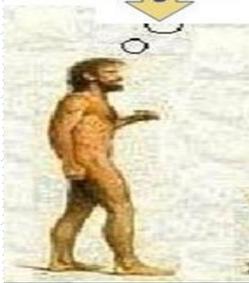
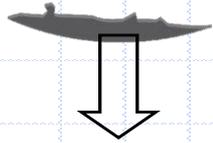
# ***HOMO NEOBAYESIANUS: Inferenza statistica bayesiana***



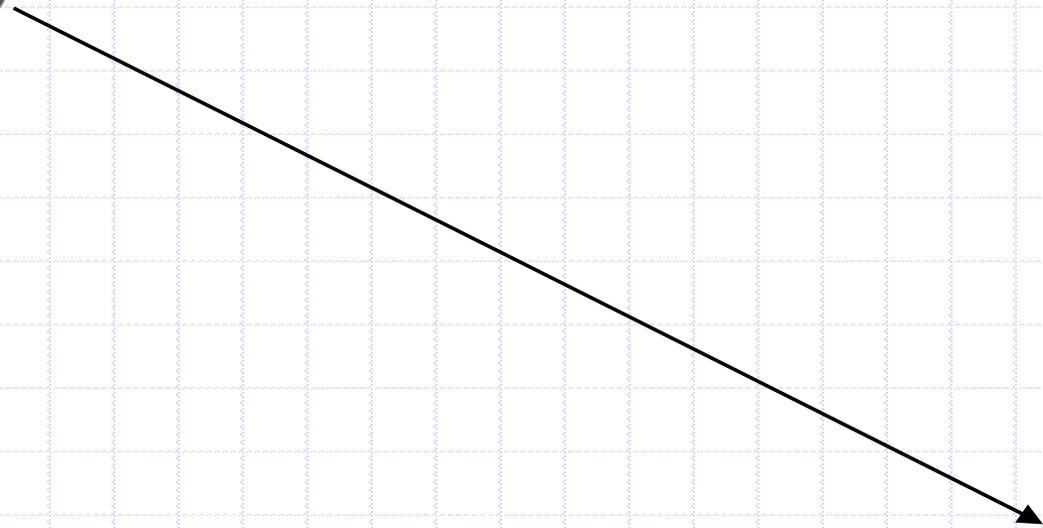
$$\pi(\theta / x) \leftarrow (x, \theta)$$

$$\pi(\theta / x) = [f(x / \theta) \cdot \pi(\theta)] / f(x)$$

# *HOMO PRAGMATICUS: Teoria statistica causale delle decisioni*

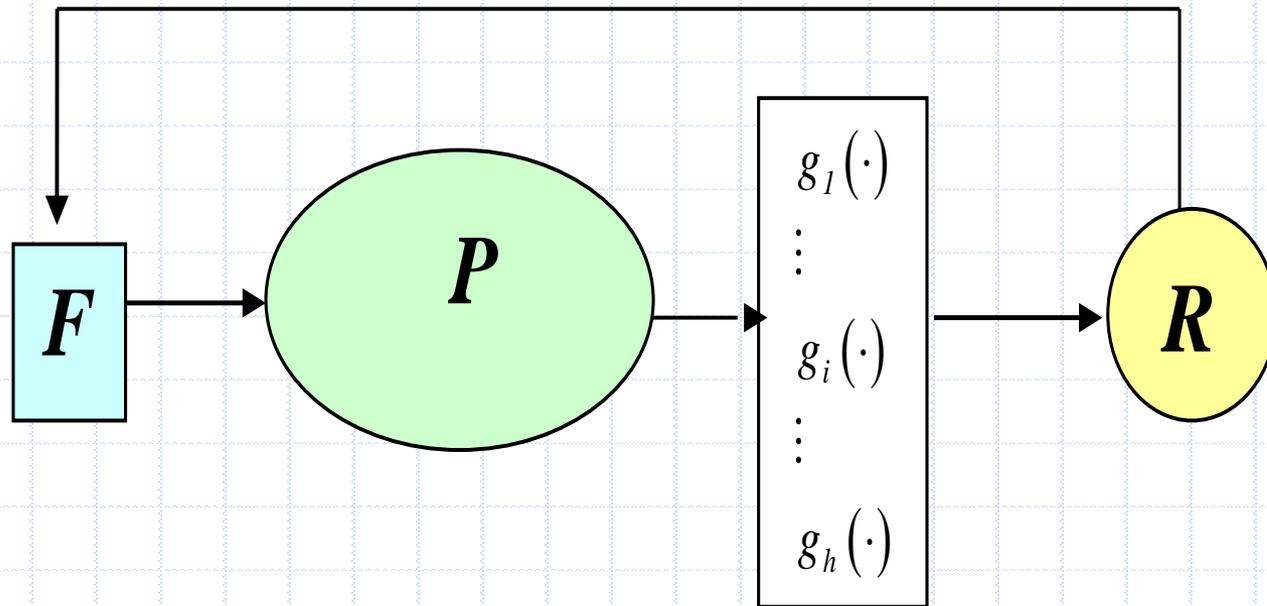


HOMO PRAGMATICUS

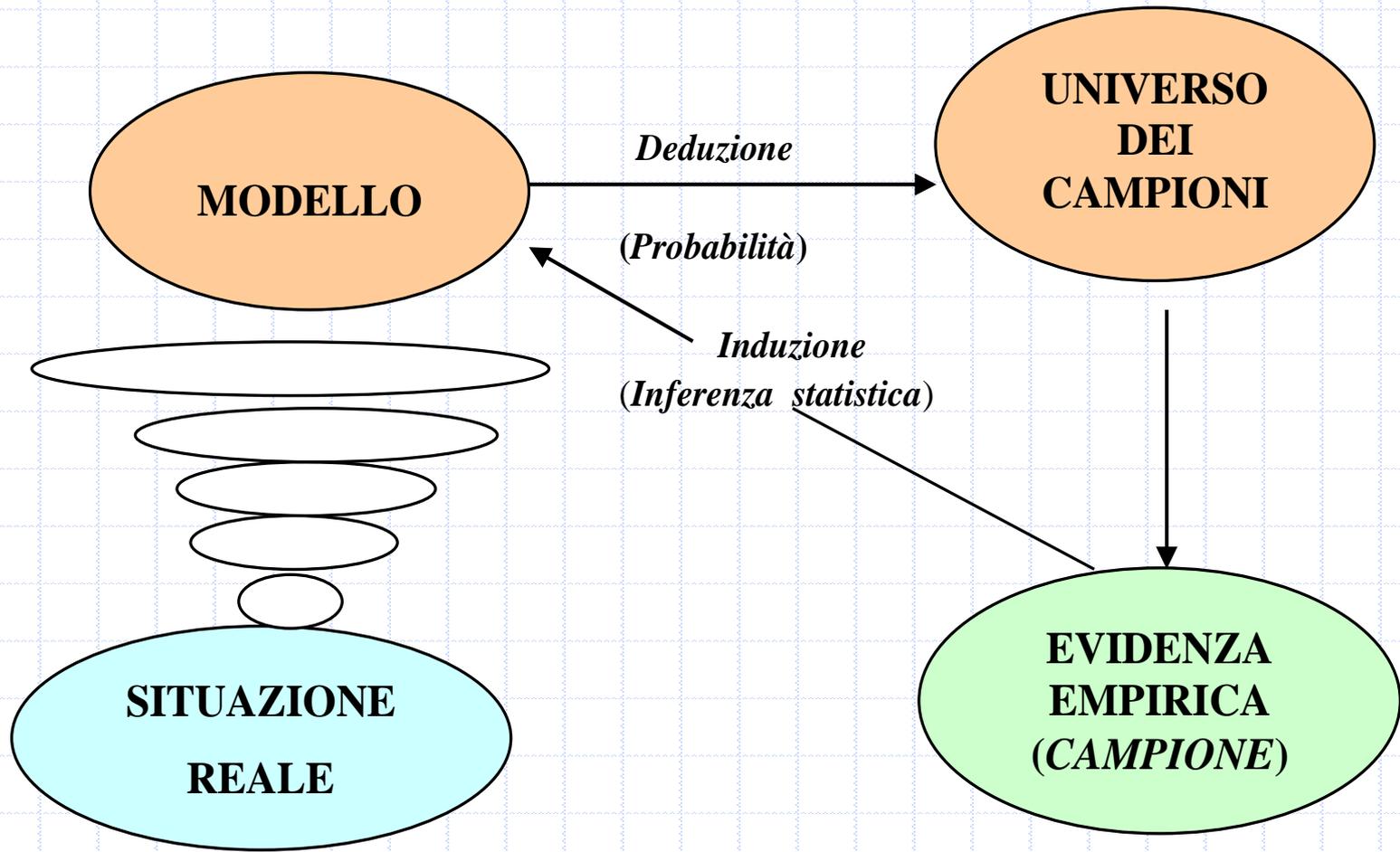


$$\pi(\theta / x, a) \leftarrow (\theta / x, a)$$

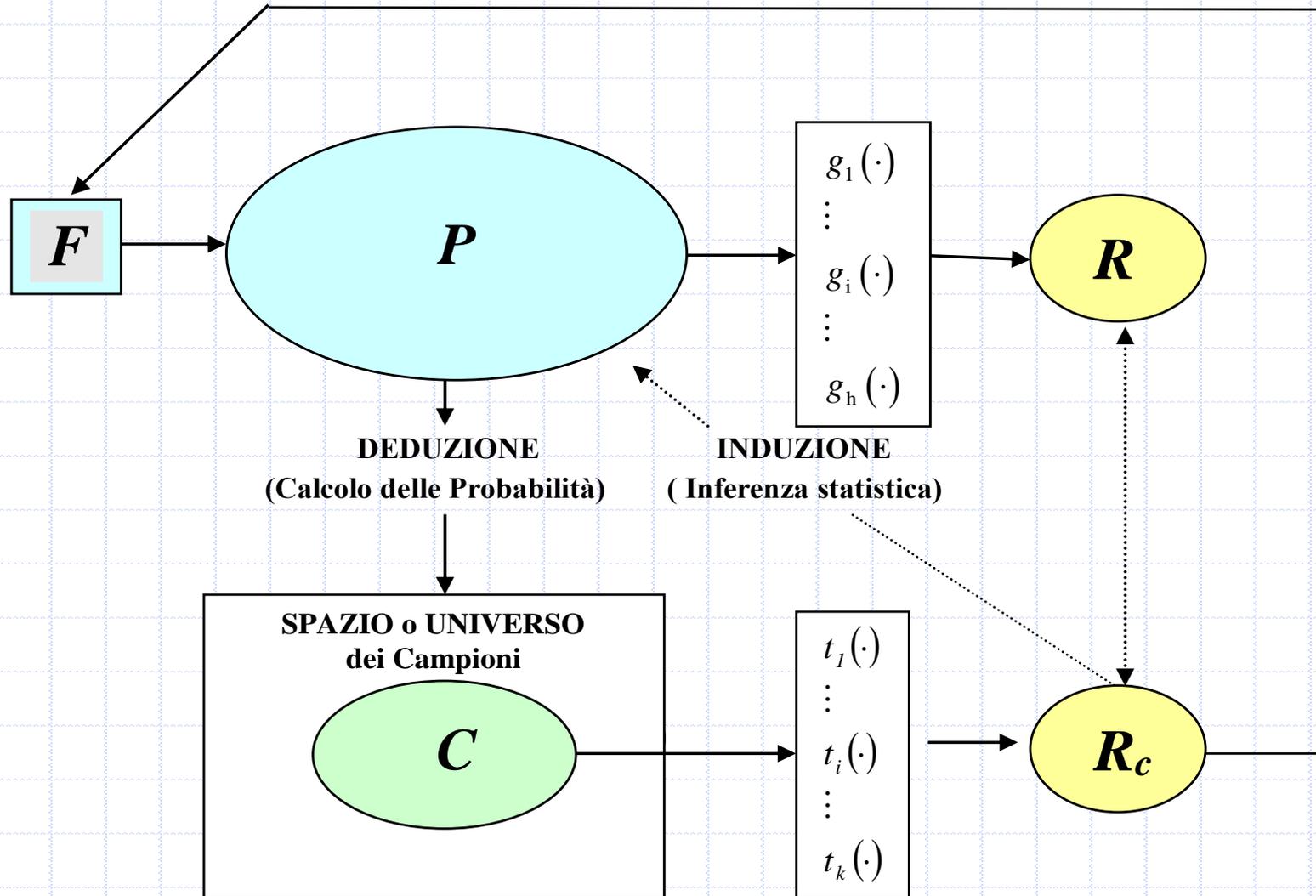
# *Statistica descrittiva*



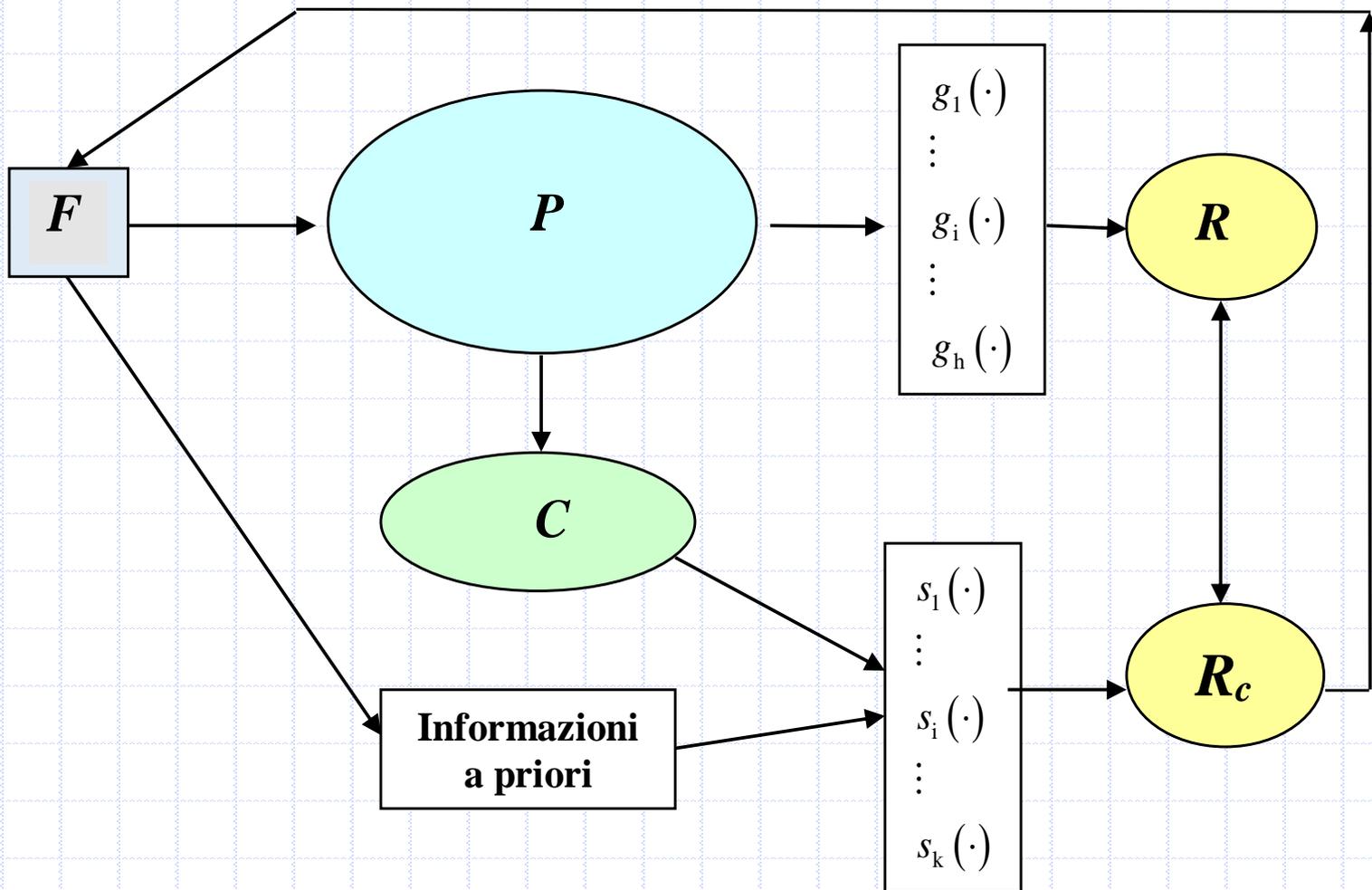
# *Modelli probabilistici e evidenza empirica*



# *Inferenza statistica classica*



# *Inferenza statistica bayesiana*



# *Teoria delle decisioni*

# *Formalizzazione del processo decisionale*

**Insieme delle azioni alternative possibili**

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_m\}$$

**Insieme dei possibili stati di natura**

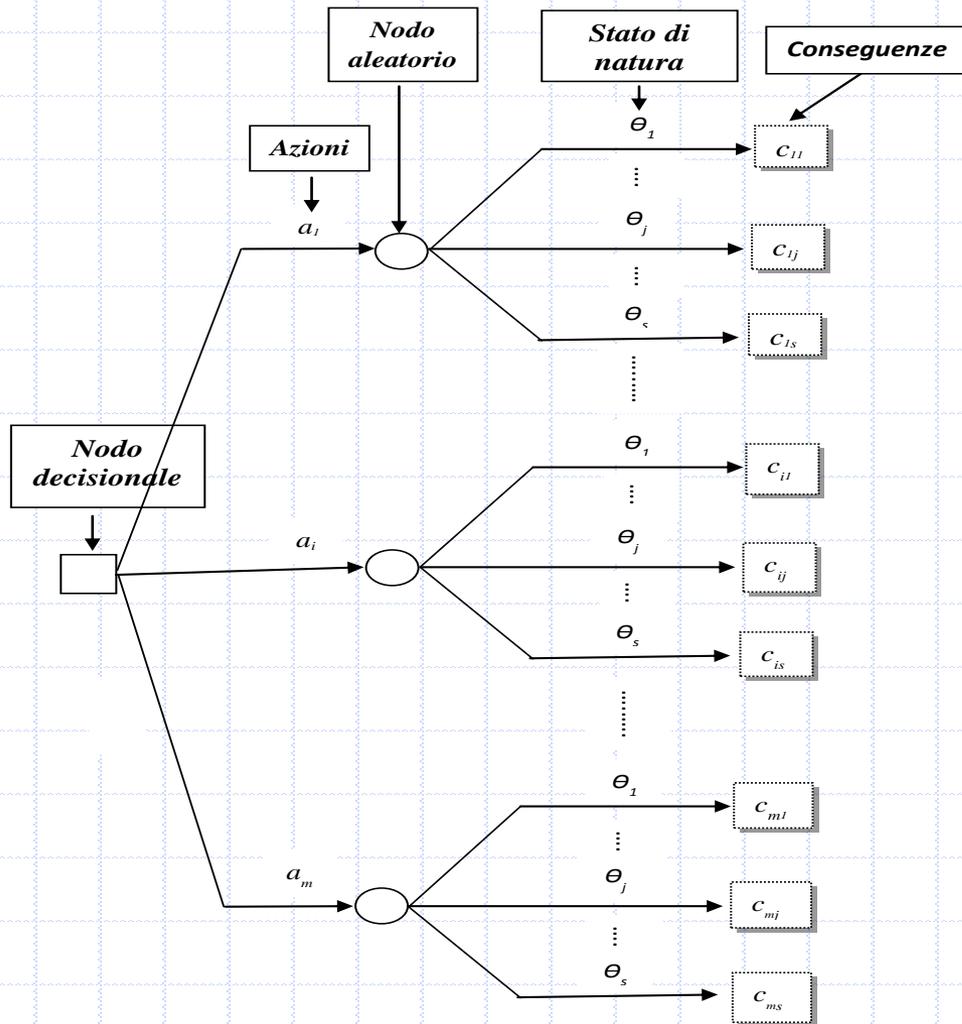
$$\Theta' = \{ \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_j, \dots, \theta_s \}$$

**Conseguenze**

$$c_{ij} = c(a_i, \theta_j) \quad \text{per } i=1, 2, \dots, m ; j=1, 2, \dots, s$$

**Il processo decisionale può essere rappresentato efficacemente facendo ricorso ad una rappresentazione grafica (*albero di decisione*) e/o ad una rappresentazione tabellare (*tavola di decisione*) .**

# Albero di decisione (conseguenze non specificate)



# *Tavola di decisione (conseguenze non specificate)*

$$c_{ij} = c(a_i, \theta_j)$$

Azione	Stato di natura					
	$\theta_1$	$\theta_2$	.....	$\theta_j$	.....	$\theta_s$
$a_1$	$c_{11}$	$c_{12}$	.....	$c_{1j}$	.....	$c_{1s}$
$a_2$	$c_{21}$	$c_{22}$	.....	$c_{2j}$	.....	$c_{2s}$
....	.....	.....		.....		.....
$a_i$	$c_{i1}$	$c_{i2}$	.....	$c_{ij}$	.....	$c_{is}$
....	.....	.....		.....		.....
$a_m$	$c_{m1}$	$c_{m2}$	.....	$c_{mj}$	.....	$c_{ms}$

**Nello svolgimento di un qualunque processo decisionale gli elementi essenziali, sia in termini di spazi di riferimento che di funzioni, sono:**

- 1. lo *spazio degli stati di natura* che può essere discreto o continuo;**
- 2. lo *spazio delle azioni* (si assume uno spazio discreto);**
- 3. lo *spazio delle prove o degli esperimenti* (si assume uno spazio discreto);**
- 4. lo *spazio o universo dei campioni* come risultato di ciascun esperimento. Generalmente i risultati campionari vengono espressi da  $n$  (dimensione campionaria) *k*-uple di numeri reali per  $k = 1, 2, \dots, K$ ;**
- 5. lo *spazio delle conseguenze*.**

In aggiunta agli spazi appena definiti occorre introdurre esplicitamente almeno altre tre funzioni:

- 1.** la *funzione di utilità*, si tratta di una funzione che associa a ciascuna azione e stato di natura una conseguenza espressa in termini di utilità;
- 2.** la *funzione di perdita*, funzione che associa a ciascuna azione e stato di natura una conseguenza espressa in termini di perdita (utilità negativa);
- 3.** la *funzione di decisione*, funzione che proietta ciascun punto dello spazio campionario nello spazio delle azioni.

# *Natura delle decisioni*

➤ *Decisioni giuste*

➤ *Decisioni razionali*

## *Decisioni razionali*

Se il decisore nell'operare la scelta dell'azione  $a^*$  soddisfa alcuni *assiomi di comportamento razionale* esiste, e può essere determinata, una *funzione di utilità* a valori reali conforme al proprio schema di preferenze.

# *Tavola di decisione*

*(conseguenze espresse in termini di utilità)*

$$c_{ij} = u(a_i, \theta_j) = u_{ij}$$

Azioni	Stato di natura					
	$\theta_1$	$\theta_2$	...	$\theta_j$	...	$\theta_s$
$a_1$	$u(a_1, \theta_1)$	$u(a_1, \theta_2)$	...	$u(a_1, \theta_j)$	...	$u(a_1, \theta_s)$
$a_2$	$u(a_2, \theta_1)$	$u(a_2, \theta_2)$	...	$u(a_2, \theta_j)$	...	$u(a_2, \theta_s)$
...	...	...		...	...	...
$a_i$	$u(a_i, \theta_1)$	$u(a_i, \theta_2)$	...	$u(a_i, \theta_j)$	...	$u(a_i, \theta_s)$
...	...	...			...	...
$a_m$	$u(a_m, \theta_1)$	$u(a_m, \theta_2)$	...	$u(a_m, \theta_j)$	...	$u(a_m, \theta_s)$

# *Violazione degli assiomi*

- **Transitività**
- **Effetto certezza**
- **Effetto pseudo-certezza o effetto isolamento**
- **Sovrastima dei bassi livelli di probabilità e sottostima di quelli alti**
- **Avversione all'ambiguità**
- **Effetto contesto** (*assioma dell'indipendenza*)
- **Effetto inerzia**
- **Influenza del dominio delle lotterie**

# *Situazioni decisionali*

- **Decisioni in situazioni di certezza**  
( *stato di natura  $\theta$  noto* )
- **Decisioni in situazioni di incertezza**
  - ❖ **Decisioni in assenza di informazioni**  
( *Teoria classica delle decisioni* )
  - ❖ **Decisioni basate sulle sole informazioni a priori**  
( *Teoria bayesiana delle decisioni* )
  - ❖ **Decisioni basate sulle sole informazioni campionarie**  
( *Teoria statistica classica delle decisioni* )
  - ❖ **Decisioni basate su informazioni campionarie e informazioni a priori**  
( *Teoria statistica bayesiana delle decisioni* ).

*Decisioni in situazioni di  
certezza*

# Decisioni in situazioni di certezza (*stato di natura noto*)

Azioni	Stato di natura					
	$\theta_1$	$\theta_2$	.....	$\theta_j$	.....	$\theta_s$
$a_1$	$u_{11}$	$u_{12}$	.....	$u_{1j}$	.....	$u_{1s}$
$a_2$	$u_{21}$	$u_{22}$	.....	$u_{2j}$	.....	$u_{2s}$
....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$a_i$	$u_{i1}$	$u_{i2}$	.....	$u_{ij}$	.....	$u_{is}$
....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$a_m$	$u_{m1}$	$u_{m2}$	.....	$u_{mj}$	.....	$u_{ms}$

$$a^* = \arg \left\{ \max_j u_{ij} \right\}$$

*Decisioni in assenza di  
informazioni*  
(*Teoria classica delle decisioni*)

# *Criteri di decisione in assenza di informazioni*

## ***Criterio del max-min***

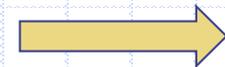
**L'azione scelta  $a^*$  è definita dalla relazione**

$$a^* = \arg \left\{ \max_i ( \min_j u_{ij} ) \right\}$$

## ***Criterio del max-max***

**L'azione scelta  $a^*$  è definita dalla relazione**

$$a^* = \arg \left\{ \max_i ( \max_j u_{ij} ) \right\}$$



# *Criteri di decisione in assenza di informazioni*

***Criterio condizionato all'indice di ottimismo***  $\alpha$

**L'azione scelta  $a^*$  è definita dalla relazione**

$$a^* = \arg \left\{ \max_i \left[ (1-\alpha) \min_j u_{ij} + \alpha \max_j u_{ij} \right] \right\}$$

***Criterio del min-max rimpianto***

**L'azione scelta  $a^*$  è definita dalla relazione**

$$a^* = \arg \left\{ \min_i \left( \max_j r_{ij} \right) \right\}$$

**dove**

$$r_{ij} = \max_i u_{ij} - u_{ij}$$

*Decisioni con le sole  
informazioni a priori*  
(*Teoria bayesiana delle decisioni*)

## Tavola di decisione con le sole informazioni a priori

Azioni	Stato di natura					
	$\pi(\theta_1)$	$\pi(\theta_2)$	...	$\pi(\theta_j)$	...	$\pi(\theta_s)$
$a_1$	$u(a_1, \theta_1)$	$u(a_1, \theta_2)$	...	$u(a_1, \theta_j)$	...	$u(a_1, \theta_s)$
$a_2$	$u(a_2, \theta_1)$	$u(a_2, \theta_2)$	...	$u(a_2, \theta_j)$	...	$u(a_2, \theta_s)$
...	...	...		...		...
$a_i$	$u(a_i, \theta_1)$	$u(a_i, \theta_2)$	...	$u(a_i, \theta_j)$	...	$u(a_i, \theta_s)$
....	...	...				...
$a_m$	$u(a_m, \theta_1)$	$u(a_m, \theta_2)$	...	$u(a_m, \theta_j)$	...	$u(a_m, \theta_s)$

# *Decisioni con le sole informazioni a priori* *(Criterio dell'Utilità attesa)*

**L'azione scelta  $a^*$  è definita dalla relazione**

$$a^* = \underset{i}{\operatorname{argmax}} E(u_i) = \begin{cases} \underset{i}{\operatorname{argmax}} \left[ \sum_{j=1}^s u(a_i, \theta_j) \pi(\theta_j) \right] & \text{nel discreto} \\ \underset{i}{\operatorname{argmax}} \left[ \int_{\theta} u(a_i, \theta) \pi(\theta) \right] & \text{nel continuo} \end{cases}$$

*Decisioni in con le sole  
informazioni campionarie*  
( *Teoria statistica classica delle decisioni* )

# Tavola di decisione con le sole informazioni campionarie (*Perdite*)

Decisioni	Stato di natura					
	$\theta_1$	$\theta_2$	...	$\theta_j$	...	$\theta_s$
$d_1$	$l(d_1, \theta_1)$	$l(d_1, \theta_2)$	...	$l(d_1, \theta_j)$	...	$l(d_1, \theta_s)$
$d_2$	$l(d_2, \theta_1)$	$l(d_2, \theta_2)$	...	$l(d_2, \theta_j)$	...	$l(d_2, \theta_s)$
...	...	...				...
$d_i$	$l(d_i, \theta_1)$	$l(d_i, \theta_2)$	...	$l(d_i, \theta_j)$	...	$l(d_i, \theta_s)$
...	...	...				...
$d_r$	$l(d_r, \theta_1)$	$l(d_r, \theta_2)$	...	$l(d_r, \theta_j)$	...	$l(d_r, \theta_s)$

$$d_i \equiv \mathbf{x} \Rightarrow a_i$$

$$c_{ij} = l_{ij} = l(d_i, \theta_j) = -u(d_i, \theta_j)$$

# Tavola di decisione con le sole informazioni campionarie (*Rischi*)

Decisioni	Stato di natura					
	$\theta_1$	$\theta_2$	...	$\theta_j$	...	$\theta_s$
$d_1$	$R(d_1, \theta_1)$	$R(d_1, \theta_2)$	...	$R(d_1, \theta_j)$	...	$R(d_1, \theta_s)$
$d_2$	$R(d_2, \theta_1)$	$R(d_2, \theta_2)$	...	$R(d_2, \theta_j)$	...	$R(d_2, \theta_s)$
...	...	...		...		...
$d_i$	$R(d_i, \theta_1)$	$R(d_i, \theta_2)$	...	$R(d_i, \theta_j)$	...	$R(d_i, \theta_s)$
...	...	...		...		...
$d_r$	$R(d_r, \theta_1)$	$R(d_r, \theta_2)$	...	$R(d_r, \theta_j)$	...	$R(d_r, \theta_s)$

$$R(d_i, \theta_j) = E_x \left\{ l \left[ d_i(\mathbf{x}, \theta_j) \right] \right\}$$

## Criteri di decisione con le sole informazioni campionarie

**Criterio del min-max**  $a^* = \arg \left\{ \min_i ( \max_j R_{ij} ) \right\}$

**Criterio del min-min**  $a^* = \arg \left\{ \min_i ( \min_j R_{ij} ) \right\}$

**Criterio condizionato all'indice di ottimismo**  $\alpha$

$$a^* = \arg \left\{ \max_i \left[ (1-\alpha) \min_j R_{ij} + \alpha \max_j R_{ij} \right] \right\}$$

**Criterio del min-max rimpianto**  $a^* = \arg \left\{ \min_i ( \max_j r_{ij} ) \right\}$

**dove**  $r_{ij} = \arg \left\{ R_{ij} - \min_j R_{ij} \right\}$

# *Rischio atteso*

**In alternativa ai criteri di scelta elencati si può introdurre una distribuzione di probabilità sugli stati di natura e procedere al calcolo del rischio atteso**

$$E_{\theta} \left[ R(d_i, \theta) \right] = E_{\theta} \left( E_x \left\{ l \left[ d_i(x, \theta) \right] \right\} \right)$$

*Decisioni con  
informazioni campionarie e  
informazioni a posteriori*

**(*Teoria statistica bayesiana delle decisioni*)**

# *Criterio di decisione con informazioni campionarie e informazioni a posteriori*

## ***Criterio del rischio atteso (Utilità attesa forma estensiva)***

**L'azione scelta  $d^*$  è definita dalla relazione**

$$\begin{aligned} d^* &= \underset{i}{\operatorname{argmin}} E_{\theta} \left[ R(d_i, \theta) \right] = \\ &= \underset{i}{\operatorname{argmin}} E_{\theta} \left( E_x \left\{ l \left[ d_i(x, \theta) \right] \right\} \right) \end{aligned}$$

# *Criterio di decisione con informazioni a priori e informazioni campionarie*

## ***Criterio dell' utilità attesa forma normale***

**L'azione scelta  $a^*$  è definita dalla relazione**

$$a^* = \underset{i}{\operatorname{argmax}} E_{\theta} \left( E_x \left\{ u \left[ a_i (\theta, x) \right] \right\} \right)$$

# *Equivalenza tra forma estensiva e forma normale*

$$d_i \equiv \mathbf{x} \Rightarrow a_i$$

$$\begin{aligned} d^* &= \underset{i}{\operatorname{argmin}} E_{\theta} [R(d_i, \theta)] = \\ &= \underset{i}{\operatorname{argmin}} E_{\theta} \left( E_{\mathbf{x}} \{l[d_i(\mathbf{x}, \theta)]\} \right) = \\ &= \underset{i}{\operatorname{argmax}} E_{\theta} \left( E_{\mathbf{x}} \{u[a_i(\theta, \mathbf{x})]\} \right) = a^* \end{aligned}$$

# *Il valore dell'informazione campionaria*

Nelle situazioni decisionali di incertezza assume estrema rilevanza il problema della misura del valore dell'informazione nella duplice articolazione di:

- *Informazione perfetta*
- *Informazione campionaria.*

Si tratta di un problema, rilevante in molte situazioni decisionali, da risolvere in via preliminare.

# *Causalità*

La teoria delle decisioni fin qui riassunta,  
usualmente definita come

***Evidential decision theory***

non considera le situazioni nelle quali la scelta  
operata dal decisore ha un effetto, ***causa  
variazioni***, nelle distribuzioni di probabilità

$$\pi(\theta) \quad \pi(\theta/x)$$

che diventano

$$\pi(\theta/a) \quad \pi(\theta/a, x)$$

***Causal decision theory***

# *Causalità:*

*relazione misurabile o illusione ?*

**Un fatto è certo:**

**gli individui, gli enti, le istituzioni,...  
regolano il proprio comportamento  
basandosi su un sofisticato processo,  
spesso inconscio, di**

***ragionamento causale***

**non supportato, nella generalità dei casi,  
da dati e analisi statistiche adeguate.**

# *Causalità: definizione*

**Causalità** è la relazione tra un evento (*la causa*) ed un secondo evento (*l'effetto*) dove il secondo evento viene interpretato come conseguenza del primo evento.

**L'inferenza statistica causale** è il processo attraverso il quale si utilizzano dati statistici (manifestazioni dei fenomeni di interesse) per trarre conclusioni riguardo la presenza o assenza di una relazione di causalità tra le variabili inserite nei modelli.

# *Principi basilari dell'analisi causale*

**1. L'associazione non è causazione**

(Association is not causation)

**2. Nessuna causazione senza  
manipolazione**

(No causation without manipulation)

**In letteratura sono stati proposti approcci diversi per l'analisi della causalità; in molte occasioni è stata attribuita, impropriamente, una valenza causale a semplici relazioni di associazione e/o non è stato rispettato il secondo principio basilare dell'analisi causale:**

**L'*evento C* causa l'*effetto E* se e solo se il valore di *E* si modifica a ragione di un qualche intervento su *C*.**

**Nell'uso comune sia l'*evento causa* che l'*evento effetto* possono avere natura diversa: si può trattare di singolo eventi o, anche, di oggetti, processi, proprietà, variabili, fatti, stato del mondo, ecc.**

**Inoltre, sia la causa che l'effetto possono avere natura unidimensionale o multidimensionale.**

**Nel percorso teso alla individuazione e misura dei nessi di causalità si deve:**

➤ **Esplicitare la logica sottostante il percorso che s'intende intraprendere**

- **Data la causa si vuole individuare l'effetto ?**
- **Dato l'effetto si vuol risalire alla causa ?**

➤ **Chiarire la natura della causa**

- **Necessaria**
- **Sufficiente**
- **Necessaria e sufficiente**
- **Contributiva (concorrente)**
- **Osservabile o latente**

## ➤ **Definire il percorso di causalità**

- **Diretto**
- **Indiretto**
- **Sia diretto che indiretto**

## ➤ **Definire la dimensione del processo**

- **L'effetto è determinato da una sola causa**
- **Si è in presenza di una pluralità di cause**

*inoltre*

## ➤ **In presenza di una pluralità di cause**

- **Le cause agiscono in modo indipendente**
- **Le cause interagiscono**

## ➤ **Tener conto del contesto scientifico**

- **Scienze sperimentali**
- **Scienze osservative**
- **Scienze quasi sperimentali**

## ➤ **Tener conto dell'ambito disciplinare**

**Biologia, Epidemiologia, Medicina, Psicologia, Sociologia,  
Economia, Management , Giurisprudenza, Ingegneria, Fisica,  
Storia, Politica, .....**

**Una procedura statistica soddisfacente per risolvere il problema della scelta tra azioni alternative in presenza di eventuali relazioni di causalità è basata sull'interpretazione di **Bayes** come formula delle probabilità delle cause e il successivo impiego dei **Modelli ad equazioni strutturali****

# *Formula delle probabilità delle cause (Bayes)*

La relazione di *Bayes* interpretata come *formula delle probabilità delle cause* è l'elemento fondamentale di riferimento della *Teoria statistica delle decisioni*

o

*Teoria delle decisioni statistiche.*



# *Formula delle probabilità delle cause (Bayes)*

$$\pi(\theta / a, x) = \frac{\pi(\theta) f(x / a, \theta)}{f(x)} = \frac{\pi(\theta) f(x / a, \theta)}{E_{\theta}[\pi(\theta) f(x / a, \theta)]}$$

Lo stato di natura  $\theta$  rappresenta la causa delle manifestazioni del fenomeno  $x$ ,  
 $\pi(\theta)$  la probabilità a priori della causa  
 $\pi(\theta / a, x)$  la probabilità a posteriori della causa  
 $f(x / a, \theta)$  la verosimiglianza

*Se si dispone di informazioni a priori, informazioni campionarie e l'azione scelta incide sullo stato di natura la tavola di decisione assume la forma*

Azioni	Stato di natura					
	$\pi(\theta_1 / a, \mathbf{x})$	$\pi(\theta_2 / a, \mathbf{x})$	...	$\pi(\theta_j / a, \mathbf{x})$	...	$\pi(\theta_s / a, \mathbf{x})$
$a_1$	$u(a_1, \theta_1, \mathbf{x})$	$u(a_1, \theta_2, \mathbf{x})$	...	$u(a_1, \theta_j, \mathbf{x})$	...	$u(a_1, \theta_s, \mathbf{x})$
$a_2$	$u(a_2, \theta_1, \mathbf{x})$	$u(a_2, \theta_2, \mathbf{x})$	...	$u(a_2, \theta_j, \mathbf{x})$	...	$u(a_2, \theta_s, \mathbf{x})$
...	...	...		...		...
$a_i$	$u(a_i, \theta_1, \mathbf{x})$	$u(a_i, \theta_2, \mathbf{x})$	...	$u(a_i, \theta_j, \mathbf{x})$	...	$u(a_i, \theta_s, \mathbf{x})$
...	...	...				...
$a_m$	$u(a_m, \theta_1, \mathbf{x})$	$u(a_m, \theta_2, \mathbf{x})$	...	$u(a_m, \theta_j, \mathbf{x})$	...	$u(a_m, \theta_s, \mathbf{x})$

**Nella formula di Bayes l'osservazione campionaria  $x$  è presente come elemento condizionante: si tratta di una variabile osservata o il suo valore può essere fissato attraverso la scelta di una specifica azione? Nel secondo caso la variabile  $x$  assume la natura di variabile di intervento (*policy variable*).  
Le probabilità delle cause nelle due situazioni**

$$\pi(\theta / a, \textit{osservo } x) \quad \text{e} \quad \pi(\theta / a, \textit{fisso } x)$$

**distinguono la**  
***Evidential decision theory***  
**dalla**  
***Causal decision theory***

*Il criterio di decisione dell'utilità attesa  
(forma normale) individua le azioni*

## ***Evidential decision theory***

$$a^* = \underset{i}{\operatorname{argmax}} E_{\theta} E_x \left\{ u \left[ a_i (\theta, \text{osservo } \mathbf{x}) \right] \right\}$$

## ***Causal decision theory***

$$a^* = \underset{i}{\operatorname{argmax}} E_{\theta} \left\{ u \left[ a_i (\theta, \text{fisso } \mathbf{x}) \right] \right\}$$

*Una procedura soddisfacente  
di analisi causale*

*Modelli ad equazioni  
strutturali*

*Structural Equation Models  
(SEM)*

- Il modello a equazioni strutturali (*SEM*) può essere diviso in due parti: un modello strutturale e un modello di misurazione.**
- **Il *modello strutturale* è la parte che mette in relazione le variabili osservabili.**
  - **Il *modello di misurazione* è la parte che collega le variabili osservabili alle variabili non osservabili (*variabili latenti*).**
- La *path analysis* è un modello *SEM* in assenza di variabili latenti.**

# *Tipologia e rappresentazione dei modelli SEM*

- **Modelli ricorsivi**
- **Modelli interdipendenti**
  
- **Rappresentazione algebrica**
- **Rappresentazione grafica**

# Rappresentazione algebrica dei modelli SEM

$$Y \Gamma = X B + E \quad \Rightarrow \quad \text{modello strutturale}$$

$$Y = X B \Gamma^{-1} + E \Gamma^{-1} \quad \Rightarrow \quad \text{modello strutturale ( forma ridotta)}$$

$$\left. \begin{array}{l} Y = \eta \Lambda_y + \xi \\ X = \xi \Lambda_x + \zeta \end{array} \right\} \quad \Rightarrow \quad \text{modello di misurazione}$$

dove  $\eta$  e  $\xi$  sono vettori di variabili latenti (non osservabili)

**Le variabili la cui variabilità è generata al di fuori del modello vengono definite *esogene*, le variabili spiegate dalle variabili esogene o da altre variabili inserite nel modello vengono definite *endogene*.**

**Particolarmente rilevanti sono:  
le *variabili di intervento*  
(*Policy variables*);  
e le *variabili obiettivo*  
(*Target variables*).**

# Rappresentazione grafica dei modelli *SEM* (*grafici di influenza*)

# *Forme rappresentative delle diverse tipologie di variabili inserite nei modelli SEM*



**Variabili esogene osservate (*manifeste*)**



**Variabili esogene non osservate (*latenti*)**



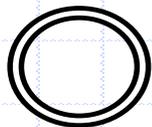
**Variabili endogene osservate (*manifeste*)**



**Variabili endogene non osservate (*latenti*)**



**Variabili di intervento (*policy variables*)**



**Variabile obiettivo (*target variables*)**

# *Forme rappresentative delle diverse tipologie di relazioni tra le variabili inserite nei modelli SEM*



*Relazione unidirezionale diretta*



*Relazione unidirezionale inversa*

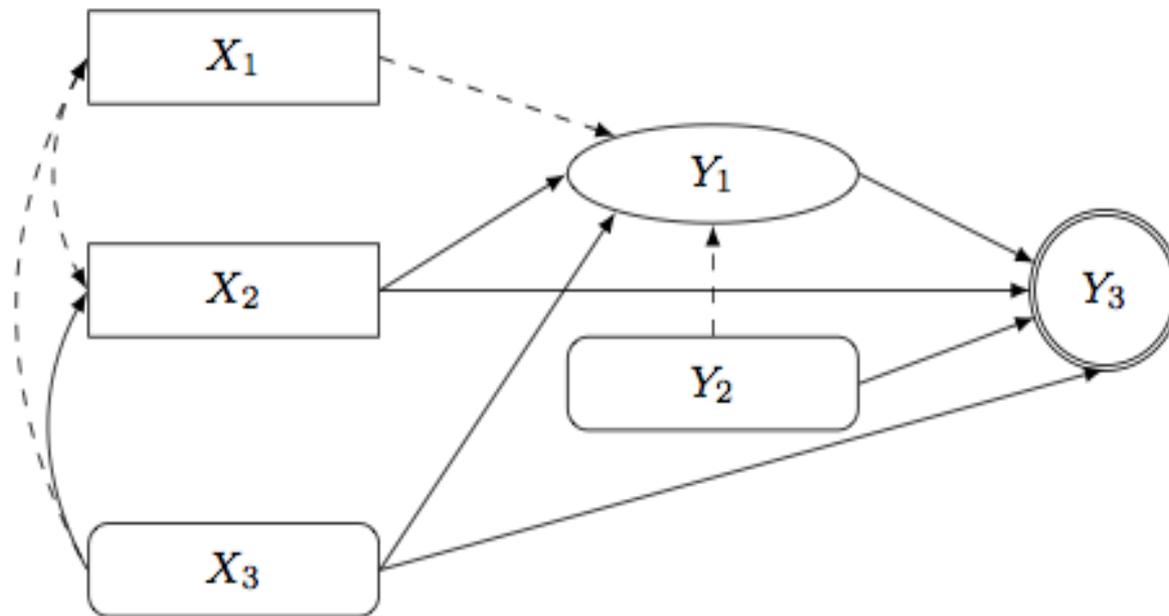


*Relazione bidirezionale diretta*

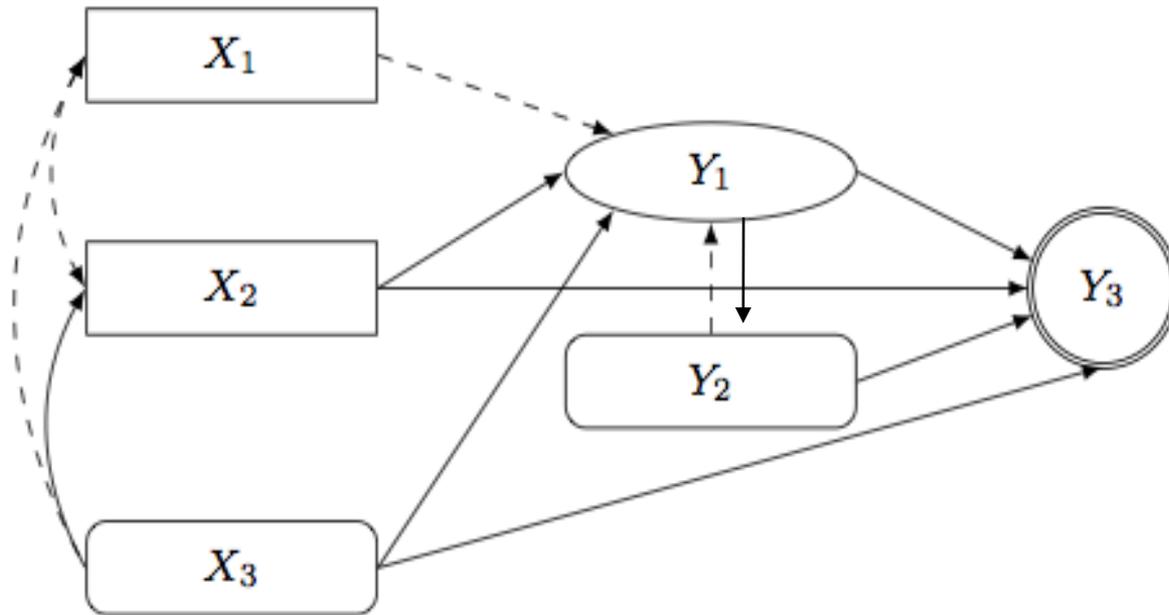


*Relazione bidirezionale inversa*

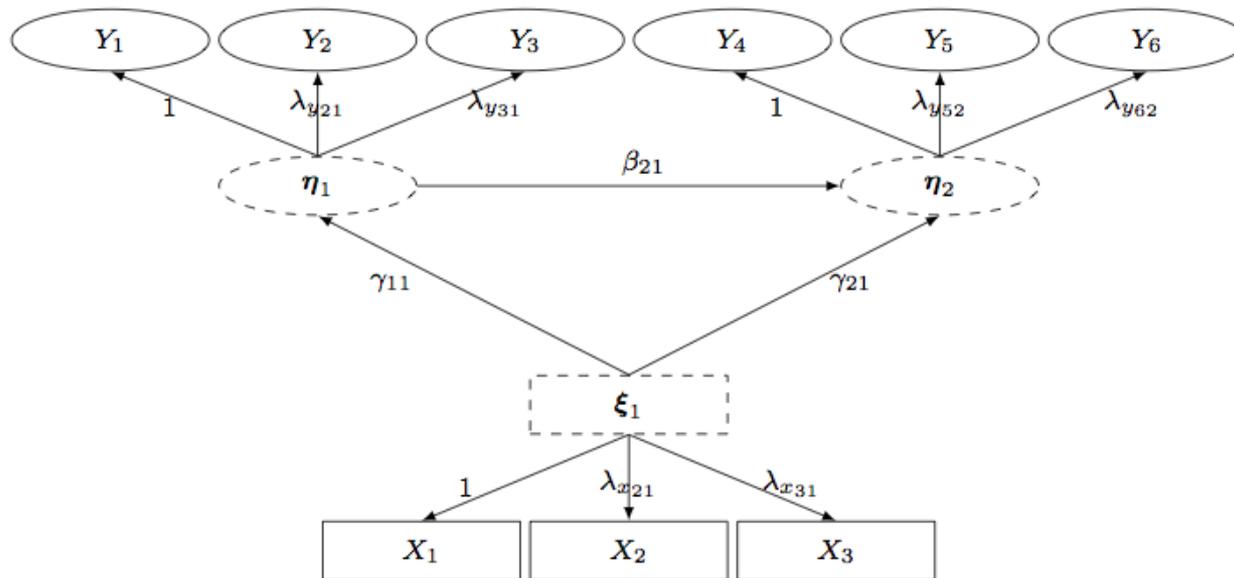
# *Modello SEM ricorsivo con variabili osservabili*



# *Modello SEM interdipendente con variabili osservabili*



# Modello SEM ricorsivo con variabili osservabili e variabili latenti



# **UN PROBLEMA DECISIONALE**

## ***STATISTICA E COVID-19***

L'evoluzione tipica dei fenomeni epidemici si caratterizza per una fase iniziale di sviluppo moderato cui segue una fase di accelerazione che si attenua con il passare del tempo con tassi di incremento che si riducono progressivamente fino ad annullarsi quando l'intera popolazione interessata risulta contagiata (livello di saturazione del fenomeno).

**Le istituzioni sanitarie e di governo nazionale e locale, le organizzazioni sindacali e di categoria, le famiglie e i singoli cittadini hanno chiesto alla comunità scientifica di fornire, riguardo l'evoluzione fenomeno epidemico COVID-19, risposte ai seguenti interrogativi**

1. Quanti individui risulteranno contagiati?
2. Quanti contagiati non riusciranno a sopravvivere (decessi)?
3. Quale è la presumibile data di manifestazione più intensa (picco) dell'epidemia?
4. Quale è la presumibile data di esaurimento del processo epidemico?

5. Le misure adottate riescono a rallentare i tassi di diffusione del contagio?
6. Quale è l'effetto dei provvedimenti di potenziamento delle strutture sanitarie e delle misure restrittive posti in essere dagli organi di governo nazionale e locale?
7. Le misure adottate riescono a ridurre il numero complessivo di contagiati e di morti?
8. ....

# *Covid-19*

## *Azioni alternative possibili*

**$a_1$  = Nessun intervento (il fenomeno si evolve naturalmente).**

**$a_2$  = Potenziamento delle strutture sanitarie**

**$a_3$  = Adozione di sole misure restrittive**

**$a_4$  = *Potenziamento di strutture sanitarie adottando, allo stesso tempo, lievi misure restrittive***

**$a_5$  = Potenziamento di strutture sanitarie e adozione di drastiche misure restrittive**

**$a_6$  .....**

La scelta iniziale operata dal governo è stata

***LOCKDOWN***

Una scelta dettata dall'emergenza e che ha tenuto conto in modo quasi esclusivo delle conseguenze di natura sanitaria.

L'impiego di un *modello a equazioni strutturali* e la definizione di una *funzione di utilità* in grado di tener conto in modo simultaneo degli effetti sanitari, economici e psicosociali avrebbe, verosimilmente, consentito una scelta iniziale più soddisfacente.

# *Conclusioni*

**Inferenze causali si possono trarre sia da dati sperimentali che osservazionali, tuttavia, regole meccaniche non risolvono il problema.**

***L'analisi causale richiede***

- **approfondita conoscenza del fenomeno che s'intende analizzare;**
- **la verifica della conformità di ipotesi alternative sia di percorsi causali sia di modelli rappresentativi del fenomeno analizzato;**
- **la misura della conformità dei dati alle ipotesi (*modelli e percorsi causali*) formulate.**



La base conoscitiva che la statistica è in grado di fornire risente di tutti limiti propri dell'uso di *modelli*.

Le conclusioni cui si perviene sono valide esclusivamente nell'ambito circoscritto dai modelli e dai metodi impiegati.